

# Mouvement harmonique simple

---

## Introduction

Lorsque vous suspendez un objet à un ressort, celui-ci s'étire. Si vous étirez le ressort légèrement davantage et relâchez l'objet, le ressort appliquera une force de rappel sur l'objet qui se mettra alors à osciller d'une façon que l'on décrit comme le mouvement harmonique simple (MHS). Durant cette expérience, vous allez étudier ce mouvement en examinant le mouvement périodique vertical d'une masse suspendue à un ressort. Le mouvement harmonique simple consiste en un mouvement de va-et-vient, de vibrations ou d'un déplacement de corps allongés ou courbés par rapport à leur position normale puis relâchés. Ledit corps repasse sans cesse le long de la trajectoire de guidage, pendant une période de temps définie, par les mêmes positions et avec les mêmes vitesses.

Le ressort à oscillation harmonique que vous utiliserez durant cette expérience est un cône tronqué constitué d'un fil de laiton. Ses élongations sont étroitement proportionnées à la force appliquée. Les enroulements en cône tronqué produisent moins d'interférences que ceux d'un ressort hélicoïdal ce qui entraînent un mouvement réellement sinusoïdal.

Imaginez une masse suspendue en équilibre au bout d'un ressort. Si la masse est légèrement tirée vers le bas puis relâchée, le ressort exerce alors une force de rappel,  $\vec{F} = -k\vec{x}$ , où  $\vec{x}$  est l'élongation du ressort par rapport à son point d'équilibre et  $k$  est la constante de rappel du ressort. Le signe négatif indique que la force de rappel s'oppose au déplacement de la masse par rapport au point d'équilibre.

Lorsque la masse s'élève, sa vitesse augmente au fur et à mesure qu'elle se rapproche du point d'équilibre. Elle continue de monter au-delà du point d'équilibre et s'immobilise à un point où son énergie potentielle correspond à l'énergie cinétique qu'elle avait lorsqu'elle passa par le point d'équilibre. À partir de ce moment, la masse commence à descendre pour traverser le point d'équilibre encore une fois et rejoindre sa position initiale. Ce mouvement se répète alors de façon périodique.

Pour une masse suspendue à un ressort idéal (ressort sans masse), la position en fonction du temps est décrite par le mouvement harmonique simple :

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta),$$

où  $A$  représente l'amplitude des oscillations,  $\omega$  la fréquence angulaire et  $\theta$  la constante de phase. La fréquence angulaire est associée à la période d'oscillation par  $\omega = 2\pi/T$ . La période d'oscillation,  $T$ , décrivant le mouvement de cet objet dépend de sa masse,  $m$ , et de la constante de rappel du ressort,  $k$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Durant le mouvement d'oscillation, l'énergie de la masse oscille entre énergie cinétique et énergie potentielle. Si toute forme de friction est ignorée, l'énergie totale du système doit demeurer constante. Cependant, comme le ressort possède une masse non négligeable, l'équation décrivant la période d'oscillation doit être corrigée ainsi ::

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \gamma m_{\text{res}}}{k}},$$

où  $m_{\text{res}}$  est la masse du ressort et  $\gamma$  est une constante entre 0 et 1 qui dépend du type de ressort. Cette correction consiste simplement à considérer une masse effective qui est la somme de la masse suspendue et d'une fraction de la masse du ressort. Pour un ressort uniforme, cette fraction  $\gamma$  est 1/3. Dans cette expérience, vous aurez à

déterminer la constante de rappel du ressort conique mais vous devrez également déterminer la valeur de la fraction  $\gamma$ .

### Lectures suggérées

Étudiants inscrits en	Lectures suggérées	
PHY 1522 PHY 1721-1731 PHY 1524	Sections 15.1 à 15.3	Benson, H., Séguin, M., Villeneuve, B., Marcheterre, B., Gagnon, R., <i>Physique 1 - Mécanique, 4<sup>ième</sup> édition</i> . Éditions du Renouveau Pédagogique (2009).

### Objectifs

- ✓ Enregistrer des données de position vs. temps d'une masse suspendue à un ressort en oscillation.
- ✓ Déterminer la meilleure équation pour représenter la position en fonction du temps d'un objet en mouvement harmonique simple.
- ✓ Interpréter les paramètres de l'équation de la position en fonction du temps en termes physique.
- ✓ Comparer la force de rappel d'un ressort conique obtenue de façon statique et dynamique.
- ✓ Estimer le facteur de correction,  $\gamma$ , utilisé pour calculer la masse effective du ressort conique.

### Matériel

- Ordinateur équipé du logiciel Logger Pro et une interface de communication Vernier
- Capteur de force
- Détecteur de mouvement et une cage protectrice
- Support universel avec base en serre-joint et attaches
- Ressort harmonique
- Support de masses et jeu de masses fendues (5 x 100 g)
- Balance électronique (une par classe)

### Consignes de sécurité

Ne suspendez jamais de masses au-dessus du détecteur de mouvement sans sa cage de protection. Une masse tombant sur le détecteur pourrait l'endommager sérieusement. Soyez aussi prudent de ne pas trop étirer le ressort. Les oscillations que vous devez observer doivent demeurer de faible amplitude (quelques centimètres suffisent). Enfin, lorsque vous suspendez des masses au ressort, vous devriez toujours les tenir jusqu'à ce que vous trouviez le point d'équilibre. C'est à partir de ce point que vous pourrez étirer légèrement le ressort pour démarrer les oscillations (ne laissez jamais tomber les masses à partir d'un point arbitraire).

### Références pour ce manuel

- Gastineau, J., Appel, K., Bakken, C., Sorensen, R., Vernier, D., *Physics with Vernier*. Vernier software and Technology (2007).
- Dukerich, L., *Advanced Physics with Vernier – Mechanics*. Vernier software and Technology (2011).
- *Physics with the Xplorer GLX*. PASCO scientific (2006).

## Procédure

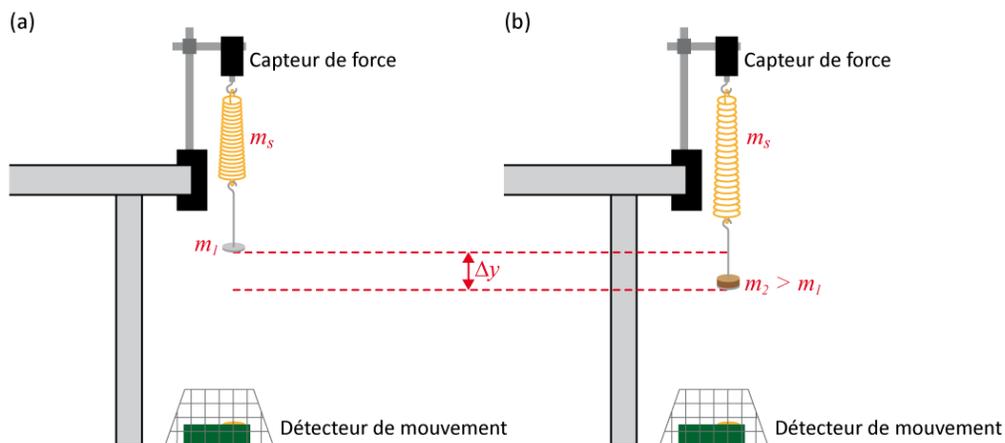
### Manipulations préliminaires

- Étape 1.** Démarrez votre ordinateur et démarrez programme Logger Pro. Vous devriez apercevoir une valeur de mesure de force ainsi qu'une mesure de position dans le coin inférieur gauche de l'écran.
- Étape 2.** Préparez le montage présenté [Figure 1](#). Placer le détecteur de mouvement sur le plancher en-dessous du support pour les masses. La partie circulaire du détecteur doit être directement en-dessous du support. Placez la cage protectrice par-dessus le détecteur.
- Étape 3.** Ajoutez 300 g au support pour étirer le ressort et laissez-le équilibrer. Assurez-vous que le capteur de force est réglé à 10 N et qu'il est bien vertical. Si vous tourner le capteur, vous devriez voir la force changer dans le programme Logger Pro. Un bon alignement vertical est atteint lorsque la lecture de force est à son maximum.
- Étape 4.** Cliquez **Experiment** → **Zero...** pour remettre les deux capteurs à zéro. Étirez légèrement la masse et relâchez-la. Lorsque le ressort oscille régulièrement, débutez l'acquisition de données. Si le graphique de la position vs. temps ne présente pas une courbe régulière, déplacez légèrement le détecteur de mouvement et recommencer l'acquisition jusqu'à ce que vos données soient satisfaisantes. Laissez le détecteur de mouvement en place jusqu'à la fin de l'expérience.
- Étape 5.** Effectuez une régression sinusoïdale du graphique de la position vs. temps. Pour ce faire, cliquez **Analyze** → **Curve Fit...** À partir de la liste d'équations, choisissez  **$A \cdot \sin(B \cdot t + C) + D$** . Cliquez **Try Fit**, et **OK**.

Cette régression retourne quatre paramètres:

- **A**: l'amplitude des oscillations (en m);
- **B**: la fréquence angulaire,  $\omega$ , des oscillations (en rad/s);
- **C**: la constante de phase synchronisant la fonction sinusoïdale avec vos oscillations;
- **D**: un paramètre d'ajustement nécessaire lorsque la position d'équilibre du ressort ne correspond pas au zéro du détecteur de mouvement.

- Étape 6.** Effectuez le même type de régression pour la vitesse, l'accélération ainsi que la force vs. temps.
- Étape 7.** Notez l'amplitude, la fréquence et la constante de phase de vos quatre régressions dans le [Tableau 1](#) et répondez aux questions dans la section rapport de laboratoire.



## Partie 1 - Constante de rappel à partir de mesures statiques

- Étape 1.** Enlevez les 300 g du support afin d'obtenir un montage tel qu'illustré à la [Figure 1a](#) (support vide).
- Étape 2.** Cliquez **Experiment** → **Zero...** pour remettre les deux capteurs à zéro. À partir de maintenant, la position du détecteur de mouvement correspondra au déplacement,  $\Delta y$ , comme dans la [Figure 1](#) et la force mesurée correspondra au poids ajouté au crochet.
- Étape 3.** Ajoutez 100 g sur le support et laissez-le équilibrer. Cliquez **Collect** pour enregistrer des données pendant 10 s. Sélectionnez le graphique de la position vs. temps et cliquez **Analyze** → **Statistics**. Notez la valeur moyenne indiquée dans la fenêtre d'information, celle-ci correspond au déplacement moyen,  $\Delta y$ , observé durant les 10 s de l'acquisition de données. À l'aide de la balance électronique, mesurez précisément la masse sur le crochet et commencez à remplir le [Tableau 2](#).
- Étape 4.** Répétez la dernière étape en augmentant la masses ajoutée de 100 g et complétez le [Tableau 2](#).
- Étape 5.** Utilisez Logger Pro pour préparer votre Graphique 1 de la force d'extension ( $mg$ , avec  $g = 9.81\text{m/s}^2$ ) en fonction de l'extension ( $\Delta y$ ).
- Étape 6.** Effectuez une régression linéaire et trouvez la constante de rappel,  $k$ , du ressort. Imprimez votre Graphique 1 en format pdf. Assurez-vous d'utiliser l'imprimante **CutePDF** pour imprimer votre graphique.
- Étape 7.** Nous vous recommandons fortement de sauvegarder tous les travaux accomplis en laboratoire, ces fichiers pourraient s'avérer utiles si vous avez à revoir vos résultats d'ici la remise de votre rapport. Cliquez **File** → **Save As...** pour sauvegarder votre fichier expérience (nom suggéré:  $k\_statique\_VOS\_NOMS.cmb$ ). Vous pouvez vous envoyer votre fichier par courriel ou le sauvegarder sur une clé USB.

## Partie 2 - Constante de rappel à partir de mesures dynamiques

En introduction, nous avons appris que la période d'oscillation est donnée par  $T = 2\pi\sqrt{(m + \gamma m_{\text{res}})/k}$ . Si nous portons cette équation au carré, nous obtenons:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} + \frac{4\pi^2 \gamma m_{\text{res}}}{k}.$$

Dans cette partie de l'expérience, nous allons mesurer une série de périodes d'oscillation au carré,  $T^2$ , en fonction de la masse suspendue,  $m$ . À partir de l'équation ci-haut, vous serez en mesure de déterminer la constante de rappel du ressort,  $k$ , à partir de la pente de votre graphique et le facteur de correction,  $\gamma$ , à partir de votre ordonnée à l'origine.

- Étape 1.** Mesurez la masse du support de masses ainsi que celle du ressort.
- Étape 2.** Suspendez le support ainsi qu'une masse de 100 g au ressort et laissez-le équilibrer. Tirez légèrement sur le support et relâchez-le. Lorsque le ressort oscille régulièrement, débutez l'acquisition de données.
- Étape 3.** Effectuez une régression sinusoïdale de votre graphique de la position vs. temps.
- Étape 4.** Notez la masse totale suspendue (support + 100 g) et la fréquence angulaire obtenue à partir de votre régression dans le [Tableau 3](#).

- Étape 5.* Répétez les trois dernières étapes en augmentant la masse suspendue pour compléter le [Tableau 3](#). Calculez les périodes au carré à partir de  $T = 2\pi/\omega$ .
- Étape 6.* Préparez un graphique (Graphique 2) de la période au carré,  $T^2$ , la masse totale suspendue,  $m$ .
- Étape 7.* Effectuez une régression linéaire et trouvez la constante de rappel,  $k$ , du ressort à partir de la pente du graphique 2 ainsi que le facteur de correction,  $\gamma$ , à partir de l'ordonnée à l'origine (voir les pages 5 et 6 de votre rapport de laboratoire).
- Étape 8.* Imprimez votre Graphique 2 en format pdf (utilisez l'imprimante **CutePDF**). Sauvegardez votre fichier expérience (nom suggéré:  $k\_dynamique\_YOUR\_NAMES.cmbf$ ).

### Partie 3 - Amplitude vs. fréquence des oscillations

- Étape 1.* En utilisant le support de masse + 300 g, étudiez l'effet de l'amplitude sur la fréquence des oscillations. Pour ce faire, simplement effectuez une série de régressions avec des amplitudes (le paramètre A de vos régressions) entre  $\sim 0.01$  m et  $\sim 0.1$  m. N'étirez pas trop le ressort. Notez les amplitudes et les fréquences correspondantes (le paramètre B de vos régressions) dans le [Tableau 4](#).

### Nettoyage de votre station de travail

- Étape 1.* Soumettez vos graphiques en ligne dans Brightspace. Si vous avez sauvegardé des fichiers localement, envoyez-vous ces fichiers par courriel. Récupérez votre clé USB si vous en avez utilisé une. Éteignez votre ordinateur.
- Étape 2.* Remplacez les masses, le crochet et le ressort sur la table. Remplacez également le détecteur de mouvement et sa cage protectrice sur la table.
- Étape 3.* Recyclez vos papiers brouillons et disposez de vos déchets. Laissez votre poste de travail aussi propre que possible.
- Étape 4.* Remplacez votre moniteur, clavier et souris. SVP remplacez votre chaise sous la table avant de quitter.